Поиск примеси стерильных нейтрино при регистрации распадов трития в пропорциональном счетчике: новые возможности

Д.Н. Абдурашитов, А.И. Берлев, Н.А. Лиховид, А.В. Лохов, И.И. Ткачев, В.Э. Янц

> Институт ядерных исследований Российской академии наук Москва 117312, Россия

Аннотация

В настоящей работе предлагается эксперимент, направленный на поиск примеси стерильных нейтрино с массами в диапазоне 1–8 кэВ путем регистрации электронов от распада трития в пропорциональном счетчике. Примесь может быть обнаружена по специфическому искажению энергетического спектра электронов. Для указанных масс искажение распространяется на весь спектр, что позволяет использовать детекторы с относительно невысоким энергетическим разрешением. Новизна подхода заключается, с одной стороны, в использовании газового пропорционального счетчика с цельнопаяным кварцевым корпусом, позволяющим снимать токовый сигнал напрямую с анодной нити и обеспечивающим высокую стабильность при длительных измерениях. С другой стороны, применение современных цифровых методов регистрации позволит проводить измерения в условиях высокой загрузки — вплоть до 10^6 Гц. В результате энергетический спектр электронов от распадов трития, содержащий 10^{12} отсчетов, можно будет набрать примерно за месяц. Такая статистика позволит поставить верхний предел на долю примеси стерильных нейтрино порядка 10^{-3} . 10^{-5} на уровне достоверности 3σ для m_s в диапазоне 1–8 кэВ, что на 1...2 порядка лучше современных значений.

1 Введение

Ненулевая масса нейтрино и существование темной материи, природа которой неизвестна, свидетельствуют о том, что Стандартная модель физики частиц не полна. К числу наиболее естественных кандидатов на роль темной материи относятся стерильные нейтрино. Эти частицы появляются в большинстве расширений Стандартной модели на случай массивных нейтрино. Стерильные (правые) нейтрино это нейтральные лептоны. Являясь SU(2) синглетами они не участвуют в слабых взаимодействиях. Однако, за исключением специальных вырожденных случаев, они смешиваются с активными (левыми) нейтрино и приводят к появлению дополнительных массовых состояний в спектре. С экспериментальной точки зрения, в пользу существования стерильных нейтрино говорят результаты некоторых осцилляционных экспериментов с короткой базой (LSND и MiniBooNE), реакторная аномалия и результаты калибровки радиохимических экспериментов по измерению потоков солнечных нейтрино, см. обзор [Abazajian et al., 2012]. Эти аномалии можно описать в предположении одного или двух легких стерильных нейтрино с массой порядка электронвольт. Гипотеза о существовании дополнительных легких нейтрино не противоречит современным космологическим данным по измерениям анизотропии реликтового излучения [Hinshaw et al., 2012] и по распространенности легких элементов в свете теории первичного нуклеосинтеза [Izotov and Thuan, 2010]. Более того, эта гипотеза может снять [Ade et al., 2013; Wyman et al., 2013] существующие на сегодняшний день противоречия в наблюдениях Вселенной на малых и больших красных смещениях, а именно: между данными эксперимента Планк, локальными измерениями постоянной Хаббла и имеющейся статистикой больших скоплений галактик. С точки же зрения объяснения темной материи, наиболее интересным является диапазон масс стерильных нейтрино в области 1–10 кэВ [Dodelson and Widrow, 1993; Boyarsky et al., 2009].

По аналогии с тремя поколениями фермионов Стандартной модели, можно ожидать, что стерильные правые нейтрино также образуют поколения. Обнаружение одного поколения стерильных нейтрино придаст уверенности в существовании остальных поколений. Если одно из них образует темную материю, соотношение между массой и углом смешивания такого нейтрино существенно ограничено астрофизическими наблюдениями, такими как поиск гамма-линии от распада стерильных нейтрино в галактических гало [Boyarsky et al., 2006], см. обзор [Boyarsky et al., 2009]. Эти ограничения не распространяются на остальные поколения. В связи с этим прямые лабораторные поиски стерильных нейтрино представляют особенный интерес, как в области значений параметров соответствующих сектору темной материи, так и вне ее. Обнаружение стерильных нейтрино даст ответ сразу на ряд фундаментальных вопросов физики частиц (структура массовой матрицы нейтрино, характер расширения стандартной модели, несохранение лептонного числа), астрофизики и космологии (темная материя).

2 Поиск примеси массивных нейтрино в ядерных β распадах

Начало целенаправленных поисков примеси массивных нейтрино в ядерных β -распадах в лабораторных условиях можно увязывать с оригинальной работой Симпсона [Simpson, 1985], в которой было заявлено о наблюдении изгиба в спектре электронов трития в области 1.5 кэВ. Измерения проводились с использованием Si(Li) ППД, в который тритий был внедрен путем имплантации. На основании этого наблюдения был сделан вывод о существовании нейтрино с массой 17.1 кэВ и вероятностью смешивания 3%. После этого Симпсон с соавторами опубликовал еще 2 работы: спектр электронов трития, имплантированного в сверхчистый германиевый ППД [Hime and Simpson, 1985] и спектр электронов ³⁵S, снятый внешним Si(Li) ППД, без имплантации источника в детектор [Simpson and Hime, 1989]. В приведенных работах оценка на примесь была снижена до ~0.6%, при этом подтверждалось присутствие тяжелых нейтрино с массой порядка 17 кэВ. Эти результаты привели к всплеску экспериментов, направленных на поиск таких нейтрино в распадах ¹⁴C, ⁶³Ni, ¹⁷⁷Lu и некоторых других элементов. В целом ряде работ были получены в основном отрицательные результаты, исключавшие выводы Симпсона. Наиболее существенное на текущий момент ограничение на примесь массивных нейтрино было получено на магнитном спектрометре в Университете Цюриха по измерениям спектра электронов ⁶³Ni. По этим измерениям верхний предел на примесь 17-кэвных нейтрино был оценен в 0.05% на 95% уровне достоверности [Holzshun et al., 1999].

Несмотря на то, что наличие примеси нейтрино с массой 17 кэВ на уровне 0.6% было опровегнуто независимыми экспериментами, поиск массивных (стерильных) нейтрино в ядерных β -распадах в лабораторных условиях продолжился, хотя и не с такой интенсивностью. Современные ограничения на величину примеси отражены на Рис. 1, где представлены верхние пределы на значение параметра смешивания U_{ex}^2 для разных масс нейтрино m_x. Рассматривается простой случай смешивания массивных стерильных нейтрино ν_x с электронным флейворным состоянием активного нейтрино ν_e . Рисунок подготовлен по опубликованным результатам лабораторных экспериментов последнего времени, в которых на основе детального анализа ядерных распадов проводился поиск примеси массивных стерильных нейтрино. Нумерация пределов соответствует следующим экспериментам: $1 - {}^{187}$ Re [Galeazzi et al., 1978]; $2 - {}^{3}$ H [Hiddemann et al., 1995]; 3 -⁶³Ni [Holzshun et al., 1999]; 4 -³⁵S [Holzshun et al., 1999]; 5 -⁶⁴Cu [Schreckenbach et al., 1983]; 6 – 37 Ar ion recoils [Hindi et al., 1998]; 7 – 38m K trap [Trinczek et al., 2003]; 8 – ²⁰F [Deutsch et al., 1990]. На этом рисунке не представлены пределы на примесь массивных нейтрино, полученные по тритию на магнитных спектрометрах в Троицке [Белесев и др., 2013] и в Майнце [Kraus et al., 2012]. Эти эксперименты были нацелены в первую очередь на регистрацию β -спектра трития вблизи граничной энергии для точного измерения массы ν_e , поэтому пределы на примесь получены для m_x в диапазоне 1–100 эВ. Однако в ближайших планах этих групп (проект KATRIN как продолжение эксперимента в Майнце) стоят измерения спектра в более широком диапазоне, позволяющем поставить пределы для масс порядка нескольких кэВ.

На этом же рисунке показан верхний предел на параметр смешивания, ожидаемый

в результате предлагаемого эксперимента (помечен текстом «Предлагаемый эксперимент»). Предел получен моделированием экспериментального спектра с обеспеченностью 10¹² событий; более подробно методика оценки описана ниже, в разделе 6.

3 Поиск примеси массивных нейтрино в β -распаде трития в пропорциональном счетчике

С точки зрения методики обсуждаемого эксперимента наиболее интересны работы [Bahran and Kalbfleisch, 1992, 1995], в которых исследовался β -спектр трития в газовой пропорциональной камере. Работы выполнялись с целью проверки гипотезы 17-кэвных нейтрино, поэтому в основном на наличие изгиба исследовался участок спектра от 0.8 до 3.5 кэВ. Несмотря на это, некоторые методические особенности указанной работы имеют прямое отношение к предлагаемому эксперименту. В частности, была использована смесь Ar+10%CH₄ при давлении 0.5 атм; максимальная скорость счета — 2000 Гц. За 500 часов измерений статистическая обеспеченность по всему спектру составила примерно 10⁹ событий, при этом в работе не сообщается о замеченной деградации газовой смеси. Далее, отмечено наличие стеночного эффекта, который в основном проявил себя в области малых (до ~3 кэВ) энерговыделений. По этим измерениям верхний предел на примесь 17-кэвных нейтрино также был оценен в 0.2% на 90% уровне достоверности.

Следует отметить одну раннюю работу, также имеющую прямое отношение к предлагаемому эксперименту. Речь идет об измерениях массы электронного (анти)нейтрино по форме β -спектра трития вблизи граничной энергии. В работах [Kirkwood et al., 1948; Pontecorvo and Hanna, 1949] был применен цилиндрический пропорциональный счетчик с газовой смесью на основе Xe+Ar+CH₄ в различных соотношениях. Активность трития в счетчике не превышала 30000 событий в минуту (500 Гц), о деградации смеси не сообщается. Также отмечается линейность шкалы и стабильность энергетического разрешения. Спектр трития исследовался в области выше 16 кэВ, ограничение на массу нейтрино составило 1 кэВ. С точки зрения методики важным моментом является также отмеченный пренебрежимо малый вклад стеночного эффекта в спектр электронов, начиная с 5 кэВ энерговыделения. И хотя численных оценок вклада стеночного эффекта не приведено, из этих работ можно сделать важный вывод о принципиальной возможности длительного набора спектра при высокой скорости счета в пропорциональном счетчике, так, что вклад от стеночного эффекта будет незначителен.

4 Новый подход к измерениям спектра электронов от трития в пропорциональном счетчике

Как уже было отмечено выше, экспериментальный интерес представляет поиск специфического искажения энергетического спектра электронов в распадах трития, возникающего благодаря гипотетической примеси стерильных нейтрино с массами m_s в диапазоне 1–10 кэВ. Как будет показано ниже, для указанных масс искажение распространяется на весь спектр, что позволяет использовать детекторы с относительно невысоким (~ 10-15%) энергетическим разрешением. Для регистрации электронов будет использован цилиндрический газовый пропорциональный счетчик. Очевидным преимуществом газового счетчика в случае с тритием служит естественное совмещение источника с мишенью, что, в сочетании с низким порогом (вплоть до 0.2 кэВ), дает возможность регистрации практически всего спектра энерговыделений. Благодаря этому преимуществу, газовые детекторы неоднократно выбирались для измерения спектра трития [Bahran and Kalbfleisch, 1992; Kirkwood et al., 1948; Pontecorvo and Hanna, 1949]. Предлагаемый для данной работы счетчик имеет специальную конструкцию — выполняется из кварцевого стекла, с нанесением на внутреннюю поверхность тонкой углеродной пленки, служащей катодом [Кузьминов и др., 1990; Danshin et al., 1994]. Цельнопаяный кварцевый корпус обеспечивает, по сравнению с традиционными методами изготовления пропорциональных счетчиков, радикальное улучшение надежности и стабильности работы счетчика, а также возможность работы со счетчиком в широком диапазоне температур — вплоть до 400 °C.

Предварительный выбор конструкции счетчика и смеси следующий. Счетчик представляет собой кварцевую трубку Ø10 мм и толщиной стенки 1 мм. Тонкий (~1 мкм) слой пиролитического графита (катод) наносится на внутреннюю поверхность трубки разложением изобутана; в качестве анода используется центральная вольфрамовая нить Ø12 мкм. При заполнении смесью Xe-CH₄ и при давлении ~1 атм токовый импульсный сигнал, снимаемый в пропорциональном режиме напрямую с анодной нити, имеет длительность порядка 20 нс по основанию 10%. Запись подробных (с шагом ~1 нс) осциллограмм импульсов обеспечит разрешение по времени порядка 3–5 нс и, как следствие, даст возможность работать с высокой скоростью счета.

Отличительной особенностью предлагаемого эксперимента служит возможность долговременных измерений в условиях высокой скорости поступления событий — порядка 10⁵...10⁶ Гц. Возможность длительного стабильного набора данных с высокой скоростью счета распадов ³Н в пропорциональном счетчике обеспечивается, с одной стороны, подбором условий работы счетчика (оптимальная газовая смесь, не склонная к деградации, термостабилизация счетной аппаратуры и источников высокого напряжения и т.д.). С другой стороны, уровень развития современной цифровой обработки сигналов позволяет обеспечить накопление значительных объемов данных в режиме «online». При этом не представляет технических затруднений запись формы каждого токового сигнала от счетчика, превысившего предустановленный порог, с дискретизацией порядка 1 нс.

Подобный режим набора реализован в ИЯИ РАН в исследованиях подбаръерного деления ядер на нейтронном спектрометре по времени замедления в свинце (CB3-100), а также в исследованиях резонансной структуры нейтронных сечений на времяпролетных спектрометрах РЭПС и РАДЭКС. Экспериментальная техника и метод измерения подробно описаны в работах [Берлев, 2007; Алексеев и др., 2010]. В качестве примера использования счетчиков с кварцевым корпусом можно привести эксперимент SAGE по измерению потока солнечных нейтрино [Абдурашитов и др., 2002], в котором счетчики аналогичной конструкции стабильно работают в течение длительного времени.

Запись детальных осциллограмм импульсных сигналов с высоким разрешением по времени позволяет существенно снизить долю случайных наложений сигналов и осуществить набор значительной статистики в одном детекторе за разумное время. Так, при скорости 10⁶ Гц за 1 месяц измерений будет набран спектр энерговыделений в счетчике, содержащий около 10^{12} отсчетов в диапазоне 0.5–20 кэВ. Такая статистика позволит поставить верхний предел на долю примеси стерильных нейтрино порядка 10^{-3} . 10^{-5} на уровне достоверности 3σ для m_s в диапазоне 1–8 кэВ. Указанный подход для поиска примеси стерильных нейтрино в распадах трития до настоящего времени не применялся. Кроме того, набор спектра электронов распада трития в одном детекторе со статистической обеспеченностью порядка 10^{12} практически во всем диапазоне энергий будет уникальным измерением, не имеющим аналогов — максимальное число событий в спектре трития, полученное когда-либо за одну серию измерений в пропорциональном счетчике, не превышает 10^9 [Bahran and Kalbfleisch, 1992].

Методически описанный подход был уже реализован в работе [Абдурашитов и др., 2006]. Однако главной целью этой работы была демонстрация возможностей метода записи осциллограмм импульсных сигналов на примере измерения активности ³⁷Ar в пропорциональном счетчике в условиях интенсивной загрузки. Для решения этой задачи оказалось достаточно шага оцифровки 10 нс. Токовый импульсный сигнал с анода счетчика формировался предусилителем с характерным временем ~20 нс. Длительность фронта сформированного сигнала составляла 50...70 нс, спада — до 1 мкс; временно́е разрешение составило 30 нс. В указанной работе не проводились оценки величин систематического искажения спектра D и C (см. раздел 8), однако по косвенным данным эти параметры можно грубо оценить как ~0.2% и ~1% соответственно. В рамках методических исследований подобные измерения необходимо будет осуществить с упором на оценку именно этих параметров.

5 Механизм формирования искажения спектра электронов при распаде трития

Тритий (Z = 1, A = 3) распадается по схеме

$$^{3}\mathrm{H} \rightarrow ^{3}\mathrm{He} + e^{-} + \bar{\nu}_{e},$$

переходя в изотоп гелия ³Не с периодом полураспада $t_{1/2} \simeq 12.3$ лет и энергией $Q_{\beta} \simeq 18.6$ кэВ. Спин и четность ядер реакции не меняется $(1/2^+ \rightarrow 1/2^+)$, распад относится к сверхразрешенным фермиевским переходам и электрон испускается в виде *s*-волны. Для разрешенных переходов форма спектра испускаемых электронов определяется выражением

$$\frac{dN}{dE} \sim F(Z, E)pE(E_0 - E)^2.$$

Здесь p, E — импульс электрона и его энергия (в единицах $m_e c^2$), E_0 — граничная энергия, а F(Z, E) — функция Ферми, учитывающая влияние кулоновского взаимодействия испускаемых электронов с ядром. Ненулевая масса нейтрино m_{ν} приводит к смещению граничной энергии спектра, которое описывается следующим образом:

$$\frac{dN}{dE} \sim F(Z, E)pE(E_0 - E)[(E_0 - E)^2 - (m_\nu c^2)^2]^{1/2}$$

В случае присутствия массивного стерильного нейтрино ν_s флейворное состояние ν_e (и, соответственно, $\bar{\nu}_e$) может быть записано как комбинация легкого активного (индекс i) и тяжелого стерильного массовых состояний:

$$|\nu_e\rangle = \sum_i U_{ei}|\nu_i\rangle + \sum_s U_{es}|\nu_s\rangle,$$

где U — унитарная лептонная матрица смешивания. Без ущерба для общности можно аппроксимировать это выражение смешиванием только 2-х массовых состояний:

$$|\nu_e\rangle = U_{el}|\nu_l\rangle + U_{es}|\nu_s\rangle$$

Эффективная масса легкого активного нейтрино ($m_l \leq \text{eV}$) пренебрежимо мала по сравнению с массой искомого стерильного нейтрино порядка 1 кэВ. В этом случае можно записать спектр электронов распадов трития как [Shrock, 1980]

$$\frac{dN}{dE} = (1 - |U_{es}|^2)\frac{dN_l}{dE} + |U_{es}|^2\frac{dN_s}{dE},$$

где

$$\frac{dN_l}{dE} \sim F(Z=1, E)pE(E_0 - E)^2$$

— чистый спектр без примеси стерильного нейтрино и с нулевой массой активного нейтрино, а

$$\frac{dN_s}{dE} \sim F(Z=1, E)pE(E_0 - E)[(E_0 - E)^2 - (m_s c^2)^2]^{1/2}$$

— чистый примесный спектр со стерильным нейтрино. Здесь и в дальнейшем мы пренебрегаем спектром конечных состояний молекулярного иона ³He.

С целью упрощения рассуждений рассмотрим только кинематическую составляющую формы спектра электронов. Для этого избавимся от функции Ферми в аналитических выражениях: чистый спектр без примеси стерильного нейтрино обозначим как $S_l \equiv \frac{dN_l}{dE}/F(Z=1,E)$, чистый примесный спектр со стерильным нейтрино обозначим как $S_s \equiv \frac{dN_s}{dE}/F(Z=1,E)$, а смешанный спектр – $S \equiv \frac{dN}{dE}/F(Z=1,E)$. В этом случае возможное искажение спектра испускаемых электронов может выглядеть следующим образом.

На Рис. 2 показаны составляющие смешанного спектра для искусственного случая $U^2 = 0.1, m_s = 3$ кэВ. Лиловым цветом представлен чистый спектр S_l (без примеси ν_s), синим цветом – этот же спектр с коэффициентом 1 - 0.1 = 0.9. Красный цвет соответствует чистому примесному спектру S_s с коэффициентом 0.1; смешанный спектр $S = 0.9S_l + 0.1S_s$ показан черной линией. Спектры нормированы на 1, так, что представление по смыслу соответствует плотности вероятности испускания электрона df с энергией в бине шириной dE=1 кэВ. Следует отметить, что даже для такого сильного смешивания спектр S практически не отличается от S_l ; это хорошо видно на вкладке, где представлены спектры во всем диапазоне энергий – черная линия сливается с лиловой. Основное искажение спектра наблюдается на участке, отстоящем от граничной энергии E_0 на величину $m_s = 3$ кэВ – изгиб черной линии в области 15.6 кэВ.

На Рис. 3 показана разность функций плотностей вероятности испускания $S_l - S$, наглядно характеризующая особенности изгиба – острый пик в точке изгиба на фоне искажения формы по всему спектру.

6 Чувствительность метода: статистическая неопределенность

Описанное выше поведение дает возможность использовать для оценки величины искажения интегралы по разностному спектру $S_l - S$. Проблема состоит в том, что измеряемый спектр S_{meas} является суперпозицией не содержащего эффекта спектра S_l и собственно эффекта S_s, при этом возможность измерить «эталонный» (беспримесный) спектр S_l принципиально отсутствует. Однако, эта трудность, типичная для широкого круга физических задач, в данном случае смягчается различным влиянием эффекта на разные области спектра. В частности, для оценки параметров беспримесного спектра выглядит целесообразным использовать интервал, соответствующий отрицательной величине разности (большая статистика, меньшее искажение формы спектра по отношению к эталонному). Тем самым «отрицательный» интервал становится эталонным, соответственно «положительный» интервал будет контрольным. Нас будет интересовать разница в предполагаемой (на основании фитирования эталонного интервала беспримесным спектром) и фактической скорости счета на контрольном интервале. Предполагаемый эффект будет складываться как из собственно искажения спектра, так и из смещения оценки вследствие влияния примеси стерильного нейтрино на спектр в эталонном интервале. В данном случае эти вклады будут иметь один знак, то есть усиливать эффект. Фактически речь будет идти о проверке гипотезы отсутствия искажений в измеренном спектре.

Очевидно, что граница между эталонным и контрольным интервалами будет зависеть от массы стерильного нейтрино, что в принципе (при наличии эффекта), позволит также оценить ее величину. Поэтому полная процедура обработки в этом подходе должна включать максимизацию эффекта путем подбора оптимальных границ эталонного и контрольного интервалов. Однако, в связи с предварительным характером оценок, при обсчете результатов моделирования эталонный и контрольный интервалы были фиксированными (для упрощения расчетов). Таким образом, приводимые ниже оценки чувствительности являются скорее заниженными.

Эталонным интервалом был выбран участок от 4 до 10 кэВ, содержащий ~ 60% от всего спектра. Нижняя граница участка установлена достаточно высоко с целью ограничить влияние неопределенности функции Ферми F(Z = 1, E). Выбор интервала фитирования вполне произволен и имеет предварительный характер. Получив оценку беспримесного спектра S_l^{fit} , можно анализировать разность $S_l^{fit} - S_{meas}$ на контрольном интервале 10-18 кэВ. Выбор указанных границ интервалов ограничивает диапазон поиска стерильных нейтрино массами 1-8 кэВ.

Высокая скорость счета позволит за разумное время набрать спектр энерговыделений со статистической обеспеченностью порядка 10^{12} событий. Оценим, какой предел на вероятность примеси стерильных нейтрино можно будет поставить на такой статистике. Как уже отмечалось, мерой искажения смешанного спектра можно в первом приближении выбрать интеграл \mathcal{J} разностного спектра на контрольном интервале 10-18 кэВ: $\mathcal{J} = \int_{10}^{18} (S_l^{fit} - S_{meas}) dE$. Из выражения для $\frac{dN}{dE}$ ясно, что \mathcal{J} и U^2 связаны линейно. Численные значения \mathcal{J} , выраженные в долях нормированного спектра для различных масс стерильного нейтрино, представлены в Табл. 1.

U_{es}^2	Масса ν_s , кэВ				
	1	2	4	6	8
10^{-3}	$2.7 \cdot 10^{-6}$	$1.1 \cdot 10^{-5}$	$4.4 \cdot 10^{-5}$	$1.0 \cdot 10^{-4}$	$1.7 \cdot 10^{-4}$
10^{-4}	$2.7 \cdot 10^{-7}$	$1.1 \cdot 10^{-6}$	$4.4 \cdot 10^{-6}$	$1.0 \cdot 10^{-5}$	$1.7 \cdot 10^{-5}$
10^{-5}	$2.7 \cdot 10^{-8}$	$1.1 \cdot 10^{-7}$	$4.4 \cdot 10^{-7}$	$1.0 \cdot 10^{-6}$	$1.7 \cdot 10^{-6}$

Таблица 1: Значения \mathcal{J} , выраженные в долях нормированного спектра для различных масс нейтрино и нескольких значений U_{es}^2

В случае отсутствия сигнала для каждого значения массы m_s находится наименьшее значение U^2 , при котором \mathcal{J} все еще превышает статистическую неопределенность на уровне 3σ . Для статистики 10^{12} этот уровень на интервале 10-18 кэВ составляет $3 \cdot \sqrt{0.35 \cdot 10^{12}} \sim 1.8 \cdot 10^6$ отсчетов, что соответствует доле спектра $\sim 1.8 \cdot 10^{-6}$. Из Табл. 1 видно, что для $m_s = 1$ кэВ только при смешивании порядка $U^2 = 10^{-3}$ значение \mathcal{J} оказывается выше этого уровня. Другими словами, на статистике 10^{12} событий верхний предел на U^2 (или статистическая чувствительность эксперимента) для $m_s = 1$ кэВ составит 10^{-3} . Для массы $m_s = 8$ кэВ верхний предел на смешивание составит $\sim 10^{-5}$.

Необходимо заметить, что изложенный подход к оценке пределов на данной статистике достаточно груб и носит предварительный характер, как и в случае с выбором эталонного интервала энергий для фитирования беспримесного спектра. Детальное моделирование покажет, можно ли повысить чувствительность, анализируя разностный спектр на предмет специфических особенностей, таких как, например, наличие острого пика (см. Рис. 3).

Вообще говоря, для поиска примеси стерильных нейтрино и оценок чувствительности можно также использовать прямое фитирование спектра с добавлением двух дополнительных параметров - массы тяжелого нейтрино и квадрата синуса угла смешивания. Однако такой способ имеет сильную зависимость от знания теоретического спектра. Более удобным может оказаться применение специальных статистических критериев, построенных, например, с помощью метода квазиоптимальных весов [Tkachov, 2006]. Можно показать, что такие критерии достаточно чувствительны к наличию вклада стерильных нейтрино в спектре, но не требуют точного знания теоретического спектра. Такие критерии были построены, например, в [Lokhov et al., 2012] для поиска аномального вклада типа ступеньки в спектре электронов β-распада трития в эксперименте «Троицк-ν-масс».

7 Систематическое искажение амплитудного спектра пропорционального счетчика

Факторы систематического воздействия на отклик цилиндрических газовых счетчиков хорошо известны. Основной вклад в отклик счетчика вносит разброс измеряемых амплитуд сигналов, обусловленный в первую очередь статистическим разбросом числа n ион-электронных пар первичной ионизации. Исторически этот разброс характеризуется параметром R (энергетическое разрешение), который по определению равен отношению

ширины на 1/2 высоты (full width at half maximum, f.w.h.m.) отклика счетчика на линию к энергии линии: $R = \frac{f.w.h.m.}{E}$. Полная ширина на полувысоте и дисперсия нормального распределения σ связаны соотношением f.w.h.m.= $2.34 \cdot \sigma$; оценкой дисперсии для больших чисел служит \sqrt{n} . В этом случае $R = 2.34 \cdot \frac{\sqrt{n}}{n} = \frac{2.34}{\sqrt{n}}$; в пропорциональном режиме, с газовым усилением порядка 10^3 , соответственно $R \propto \frac{1}{\sqrt{E}}$, где E — энергия электронов. Для инертных газов средняя энергия, затрачиваемая на образование иона составляет примерно 30 эВ. Электроны с энергией 5.9 кэВ, выбиваемые в рабочем газе счетчика рентгеновским источником ⁵⁵Fe, часто применяемого для калибровки, образуют в среднем ~200 электронов первичной ионизации с дисперсией $\sigma \sim \sqrt{200} \sim 14$ электронов. Таким образом, отклик счетчика на электроны с энергией 5.9 кэВ в лучшем случае обладает разрешением $R_{5.9} = \frac{2.34}{14} \sim 16\%$; для энергии 18 кэВ разрешение составит около 10%.

Значительный вклад в систематику обусловлен формированием подложки в спектре за счет стеночного и краевого эффектов, и характеризуется долей D событий, ушедших в подложку. В рабочей смеси с преобладанием ксенона при 1 атм размер облака первичной ионизации от электрона с энергией ~10 кэВ имеет порядок l ~0.1 мм. В этом случае в счетчике с характерным поперечным размером L ~10 мм доля событий с деградацией энергии (стеночный эффект) составит $\frac{l}{L}$ ~1%. Специальная конструкция счетчика (конусная форма торцов) и достаточная длина (~200 мм) позволяет довести долю краевого эффекта до величины порядка ~0.1% (см., например, [Абдурашитов и др., 1994]).

При высокой скорости счета начинают играть роль случайные совпадения (наложения) событий. Скорость счета совпавших событий C прямо пропорциональна произведению скорости счета и длительности сигнала. Запись формы каждого сигнала обеспечивает разрешение по времени порядка 3...5 нс, и при скорости счета ~10⁶ Гц доля неразличимых наложений C, искажающих конечный амплитудный спектр, составит величину ~0.1%.

Искажение отклика пропорционального счетчика, обусловленное разрешением, деградацией и неразличимым наложением событий, проиллюстрировано рисунком 4, на котором представлено модельное распределение амплитуд сигналов счетчика. Для наглядности показан отклик на электроны энергий 5 и 15 кэВ. Цветовое обозначение линий следующее: лиловый цвет – исходные линии электронов, каждая интенсивностью 1; синий цвет – размытие с разрешением $R_{5.9} = 16\%$; красный цвет – искажение отклика за счет краевого и стеночного эффектов (D = 1%); черный цвет соответствует неразличимым наложениям событий с коэффициентом C = 0.1%. Амплитудный спектр сигналов счетчика от распадов трития, искаженный таким откликом, представлен на Рис. 5.

8 Чувствительность метода: систематические факторы

Чувствительность эксперимента, помимо статистической погрешности, зависит также и от величины систематической неопределенности. Количественную оценку воздействия

систематических факторов искажения спектра, описанных выше, можно получить, проводя моделирование.

Экспериментальный спектр S с определенной статистикой N и при заданных значениях m_s и U^2 случайным образом формируется, используя аналитические выражения для плотности вероятности испускания электронов (см. разд. 5). Затем полученный спектр искажается разрешением R, подложкой D и наложениями C. Таким образом, смоделированный спектр S является функцией указанных параметров:

$$S = S(m_s, U^2, N, R, D, C).$$

Следующим этапом проводится фитирование (подгонка) S чистым беспримесным спектром S_l^{fit} , искаженным соответствующей систематикой:

$$S_l^{fit} = S_l^{fit}(N, R, D, C).$$

При этом параметры D и C фиксируются, а N и R оставляются свободными, т.е. в результате подгонки получаются конкретные значения N^{fit} и R^{fit} , с которыми беспримесный спектр наиболее удовлетворительно укладывается в экспериментальный. Для подгонки использовалась стандартная функция нелинейного фита nlinfit() из пакета Matlab 7.0; фитирование проводилось на участке 4-12 кэВ. В конечном итоге из разности $S_l^{fit} - S$ получается оценка сигнала \mathcal{J}^{fit} как интеграл разностного спектра на участке 12-18 кэВ.

С точки зрения оценки систематической неопределенности интерес представляет разброс значений \mathcal{J} при вариациях фиксированных параметров D и C. Разброс возникает в том случае, когда модельный спектр S получается при одних значениях D и C, а фитирование проводится с другими значениями $D \pm \delta D$ и $C \pm \delta C$. Такая ситуация моделирует неточное знание D и C в реальном эксперименте и, следовательно, приводит к оценке систематической неопределенности.

В качестве иллюстрации изменения модельного отклика счетчика при вариациях подложки и наложений приведем результаты моделирования разностных спектров для случая $U^2 = 10^{-4}$ и $m_s = 4$ кэВ; модельная статистика N=10¹². На Рис. 6 представлен разностный спектр $S_l^{fit} - S$ с одинаковыми D и C при центральных значениях $D_0=10^{-2}$ и $C_0=10^{-3}$ (показан точками с ошибками). Здесь же показаны разности в случае, когда фит проводится при других значениях подложки: $D=D_0 \cdot [1 - 0.01]$ (синяя линия) и $D=D_0 \cdot [1 + 0.01]$ (красная линия). Аналогично этому, на Рис. 7 представлен тот же модельный разностный спектр вместе с фитом при других значениях наложений: $C=C_0 \cdot [1 - 0.01]$ (синяя линия) и $C=C_0 \cdot [1 + 0.01]$ (красная линия). Из приведенных рисунков отчетливо видно, что даже при небольшой, порядка 1%, неточности в определении D и C сигнал может искажаться значительно, особенно в случае подложки.

Оценка систематической неопределенности, связанной с неточным знанием подложки и наложений, была проведена путем моделирования в отсутствие сигнала стерильных нейтрино в смешанном спектре (случай $U^2 = 0$). Параметры D и C варьировались в пределах $\pm 1\%$ относительно центральных значений $D_0=10^{-2}$ и $C_0=10^{-3}$ на статистике N=10¹². Для каждого моделирования фиксировалось значение фиктивного сигнала \mathcal{J} , порожденного систематическим воздействием. Результаты сведены в Рис. 8, на котором представлены значения сигнала в зависимости от изменения D (синяя линия) и от изменения C (черная линия). Две красные линии отмечают границу статистической неопределенности нулевого сигнала на уровне 3σ , которая для N=10¹² соответствует $1.8 \cdot 10^6$ отсчетов (см. разд. 6).

Из этого рисунка можно сделать вывод, важный с точки зрения планирования эксперимента. Неточность знания подложки (параметр D) воздействует на конечный результат значительно сильнее по сравнению с неточностью наложений C. В таком случае, чтобы удержать систематическую неопределенность в пределах статистической, необходимы калибровки, обеспечивающие измерения подложки с точностью ~0.2% и наложений с точностью ~1%.

9 Обсуждение

Минимизация традиционных факторов систематической погрешности предполагает подбор конструкции счетчика и параметров рабочей смеси, обеспечивающих стабильность его работы в условиях высокой загрузки. Необходимо будет изготовить кварцевые счетчики с углеродным катодным напылением различных диаметров и длины; для различных смесей инертных газов (Ar, Xe и др.) с гасящими добавками CH₄, CO₂ и др. исследовать оптимальные состав и давление, обеспечивающие быстродействие и долговременную стабильность в изготовленных счетчиках. На основе измерений можно будет выбрать наиболее подходящий счетчик и состав смеси для проведения измерений с ³Н. Детальные расчеты (численное моделирование) будут необходимы для уточнения вклада различных источников систематической неопределенности. Для калибровочных измерений можно использовать источники внутренние (37 Ar, 2.8 кэB) и внешние — 55 Fe, 5.9 кэВ и ¹⁰⁹Cd, 22 кэВ. Следует отметить, что измерения спектра трития предполагается проводить при максимальной загрузке, поэтому калибровать счетчик с рабочим тритиевым заполнением не представляется возможным. По этой причине линейность рабочей шкалы, величину энергетического разрешения и стабильности счетчика оптимально оценивать при помощи калибровочных источников до и после измерений, с аналогичной смесью.

Как показывают предварительные оценки, при средних значениях $D \sim 10^{-2}$ и $C \sim 10^{-3}$ с точностью $\pm 0.1\%$ и $\pm 1\%$ соответственно вклад систематической неопределенности в оценку предела на примесь стерильных нейтрино оказывается сравним с вкладом статистической неопределенности на уровне 3σ при общем числе событий в спектре порядка 10^{12} . Такая точность измерений подложки может быть достигнута при статистике калибровочных спектров не менее 10^8 событий, что не представляет проблем. Необходимо, однако, отметить, что простая модель прямоугольной подложки, заложенная в оценку систематики, скорее всего, не полностью описывает подложку. Прямые калибровочные измерения с большой статистикой позволят уточнить истинную форму подложки.

Специфическим для измерений с тритием фактором систематической неопределенности будет вклад распадов атомов, поглощенных стенками счетчика. По имеющимся данным [Bahran and Kalbfleisch, 1992] при использовании не содержащих водород материалов и соответствующей методике измерений, вклад этого фактора достаточно мал, и может быть проконтролирован и корректно учтен. Кроме того, ряд специалистов по взаимодействию трития с материалами (напр., [Казаченко, 2013]), сообщают, что водород и тритий в основном сформирует мономолекулярный слой на плоской поверхности пиролитического графита, нанесенного на внутреннюю поверхность кварцевой трубки. Это одно из преимуществ применения кварцевого счетчика, в отличие от металлического катода, в котором в первую очередь ожидается диффузия водорода с поверхности в глубину металла.

10 Заключение

В заключение авторы выражают признательность Н.Титову, В.Пантуеву, В.Матушко и А.Нозику за плодотворное обсуждение и конструктивную критику предлагаемого эксперимента, а также С.Гирину за внимательное прочтение и правку текста.

Список литературы

- K.N. Abazajian et al., «Light Sterile Neutrinos: A White Paper», arXiv:1204.5379
- G. Hinshaw *et al.* [WMAP Collaboration], Astrophys. J. Suppl. **208** (2013) 19, arXiv:1212.5226
- Y.I. Izotov and T.X. Thuan, Astrophys. J. 710 (2010) L67, arXiv:1001.4440
- P.A.R. Ade et al. [Planck Collaboration], arXiv:1303.5080
- M. Wyman et al., arXiv:1307.7715
- S. Dodelson and L.M. Widrow, PRL 72 (1994) 17, [hep-ph/9303287].
- A. Boyarsky, O. Ruchayskiy and M. Shaposhnikov, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 59 (2009) 191, arXiv:0901.0011
- A. Boyarsky et al., PRL 97 (2006) 261302, [astro-ph/0603660].
- J.J. Simpson, PRL 54 (1985) 1891
- A. Hime and J.J. Simpson, PR **D39** (1989) 1837
- J.J. Simpson and A. Hime, PR D39 (1989) 1825
- S. Schönert et al., NP B28 Proc. Suppl. (1992) 176
- M. Galeazzi et al., PRL 86 (2001) 1978
- K.H. Hiddemann et al., JPG **21** (1995) 639
- E. Holzschuh et al., PL B451 (1999) 247
- E. Holzschuh et al., PL **B482** (2000) 1
- K. Schreckenbach et al., PL 129B (1983) 265
- M.M. Hindi et al., PR C58 (1998) 2512
- M. Trinczek et al., PRL 90 (2003) 012501
- J. Deutsch et al., NP A518 (1990) 149
- А.И. Белесев *и др.*, Письма в ЖЭТФ **97** (2013), arXiv:1211.7193
- C. Kraus et al., Eur. Phys. J. C 73 (2013) 2323, arXiv:1210.4194
- M. Bahran and G.R. Kalbfleisch, PL **B291** (1992) 336
- M.Y. Bahran and G.R. Kalbfleisch, PL **B354** (1995) 481
- D.H.W. Kirkwood et al., PR 74 (1948) 497

- B. Pontecorvo and G.C. Hanna. PR 75 (1949) 983
- В.В. Кузьминов *и др.*, ПТЭ **4** (1990) 86
- S. Danshin et al., NIM A349 (1994) 466
- А.И. Берлев, Препр. ИЯИ РАН 1189/2007, декабрь 2007
- А.А. Алексеев *и др.*, Яд.Физ. **73**, вып.9 (2010) 1533
- Д.Н. Абдурашитов и др. (коллаб. SAGE), ЖЭТФ 122, вып.2(8) (2002) 211
- Д.Н. Абдурашитов *и др.*, ПТЭ **2** (2006) 1
- R.E. Shrock, PL **B96** n.1,2 (1980) 159
- Д.Н. Абдурашитов *и др.*, Препр. ИЯИ РАН, 861/94, Москва (1994)
- F.V. Tkachov, arXiv:physics/0604127.
- A.V. Lokhov, F.V. Tkachov, P.S. Trukhanov, NIM A686 (2012) 162, arXiv:1111.4835
- О.В. Казаченко, частное сообщение



Рис. 1: Пределы на примесь стерильных нейтрино в ядерных распадах (нумерация пределов соответствует следующим экспериментам: $1 - {}^{187}$ Re [Galeazzi et al., 1978]; $2 - {}^{3}$ H [Hiddemann et al., 1995]; $3 - {}^{63}$ Ni [Holzshun et al., 1999]; $4 - {}^{35}$ S [Holzshun et al., 1999]; $5 - {}^{64}$ Cu [Schreckenbach et al., 1983]; $6 - {}^{37}$ Ar ядра отдачи [Hindi et al., 1998]; $7 - {}^{38m}$ K [Trinczek et al., 2003]; $8 - {}^{20}$ F [Deutsch et al., 1990]).



Рис. 2: Спектр электронов трития с примесью стерильных нейтрино на участке 14– 19 кэВ: $U^2=0.1$, $m_s=3$ кэВ; лиловый цвет – чистый спектр S_l без примеси ν_s , синий цвет – этот же спектр с коэффициентом 1 - 0.1 = 0.9, красный цвет – чистый примесный спектр S_s с коэффициентом 0.1, смешанный спектр $S = 0.9S_l + 0.1S_s$ показан черным цветом. На вкладке представлен спектр электронов во всем диапазоне энергий.



Рис. 3: Разность S_l-S для искусственного случая $U^2=0.1,\,m_s=3$ кэВ.



Рис. 4: Модельный отклик счетчика на электроны с энергией 5 и 15 кэВ (лиловый цвет), искаженный разрешением, деградацией (стеночный и краевой эффекты) и неразличимым наложением событий. Синий цвет – $R_{5.9} = 16\%$, красный цвет – D = 1%, черный цвет – C = 0.1%.



Рис. 5: Модельный спектр событий в счетчике в присутствии трития для статистики $N=10^{12}$. Синий цвет – исходный спектр испускаемых электронов, красный цвет – амплитудный спектр, искаженный разрешением ($R_{5.9} = 16\%$), деградацией (D = 1%) и неразличимым наложением событий (C = 0.1%).



Рис. 6: Разностный спектр $S_l^{fit} - S$ с вариациями подложки при центральных значениях $D_0 = 1\%$ и $C_0 = 0.1\%$ ($U^2 = 10^{-4}$, $m_s = 4$ кэВ, $N = 10^{12}$). Точки с ошибками – фит с $D = D_0$, $C = C_0$; синяя линия – $D = D_0 \cdot [1 - 0.01]$; красная линия – $D = D_0 \cdot [1 + 0.01]$.



Рис. 7: Разностный спектр $S_l^{fit} - S$ с вариациями наложений при центральных значениях $D_0 = 1\%$ и $C_0 = 0.1\%$ ($U^2 = 10^{-4}$, $m_s = 4$ кэВ, $N = 10^{12}$). Точки с ошибками – фит с $D = D_0$, $C = C_0$; синяя линия – $C = C_0 \cdot [1 - 0.01]$; красная линия – $C = C_0 \cdot [1 + 0.01]$.



Рис. 8: Значения фиктивного сигнала \mathcal{J} при нулевом смешивании в зависимости от изменения подложки D (синяя линия) и наложений C (черная линия). Красные линии – границы статистической неопределенности нулевого сигнала для N=10¹², соответствущей $1.8 \cdot 10^6$ отсчетов.